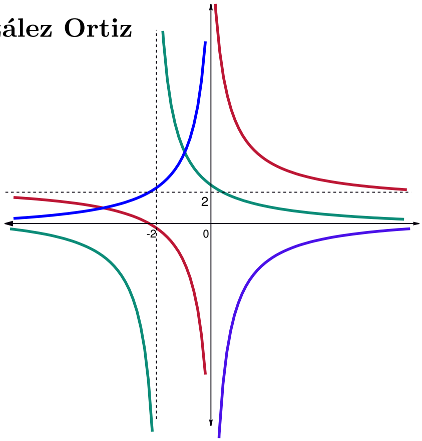
Proyecto MaTEX

Funciones Trascendentes

Fco Javier González Ortiz



Directorio

- Tabla de Contenido
- Inicio Artículo

31 de Mayo de 2004

Versin 1.00

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES

MaTEX

FUNCIONES TRASCENDENTES

Tabla de Contenido

1. Introducción

La mayoría de las operaciones algebraicas que encontraremos involucran las operaciones más usuales: suma, resta, multiplicación, división, exponentes y raíces.

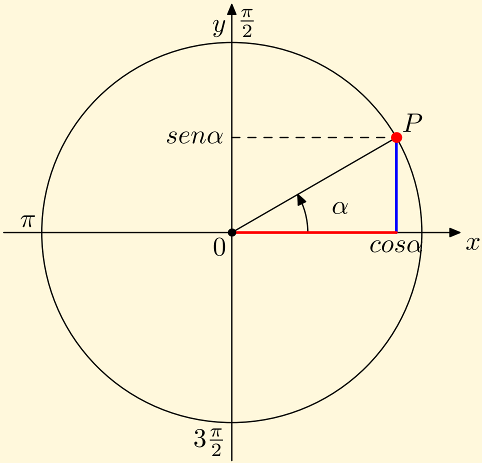
Sin embargo también nos encontraremos a menudo con algunas funciones especiales que denominaremos funciones trascendentes y que son el seno, el coseno, la tangente -es decir, las funciones trigonométricas-; y el logaritmo y la exponencial. En esta sección presentaremos cada una de ellas.

Es conveniente haber estudiado ya el capítulo de los logaritmos y exponenciales para entender este capítulo

2. Funciones circulares

Las funciones circulares se originan a partir de la circunferencia unidad de radio 1. Como recuerdas para un ángulo dado α el segmento azul del gráfico es el $\operatorname{sen}\alpha$ y el segmento rojo del gráfico es el $\cos\alpha$.

A medida que el punto P recorre la circunferencia cambia α y por tanto el $\operatorname{sen}\alpha$ y el $\cos\alpha$



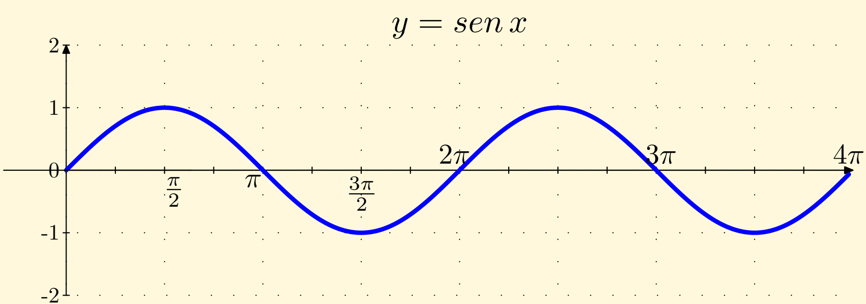
2.1. Función seno

A continuación mostramos una tabla de valores para la función

$$y = \operatorname{sen} x$$

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π	$5\pi/2$	3π	$7\pi/2$	4π
$\operatorname{sen} x$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

y su representación gráfica donde x varía entre 0 y 4π



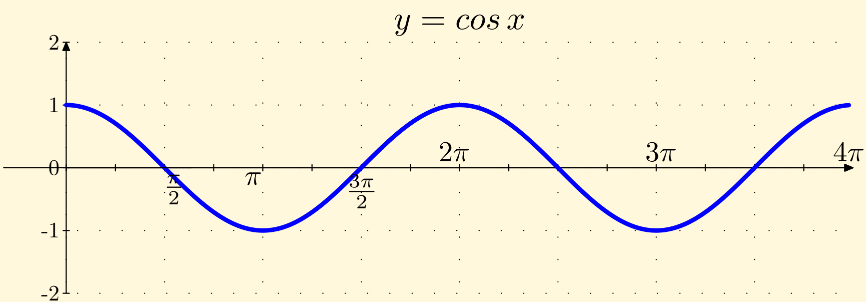
2.2. Función coseno

A continuación mostramos una tabla de valores para la función

$$y = \cos x$$

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π	$5\pi/2$	3π	$7\pi/2$	4π
$\cos x$	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1

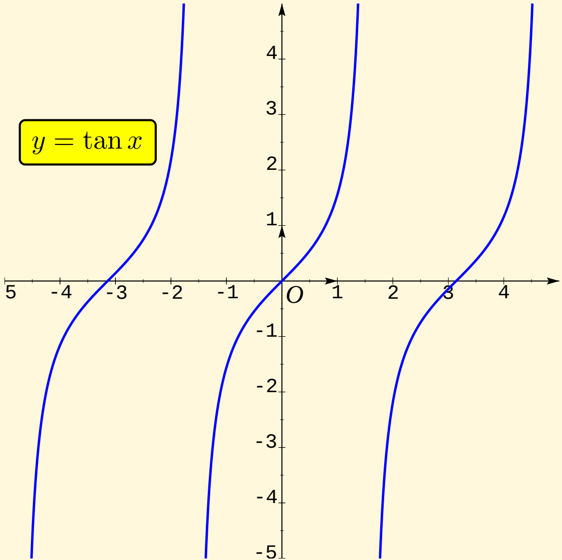
y su representación gráfica donde x varía entre 0 y 4π



2.3. Función tangente

Si utilizas la calculadora y realizas una tabla se puede representar

$$y = \tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

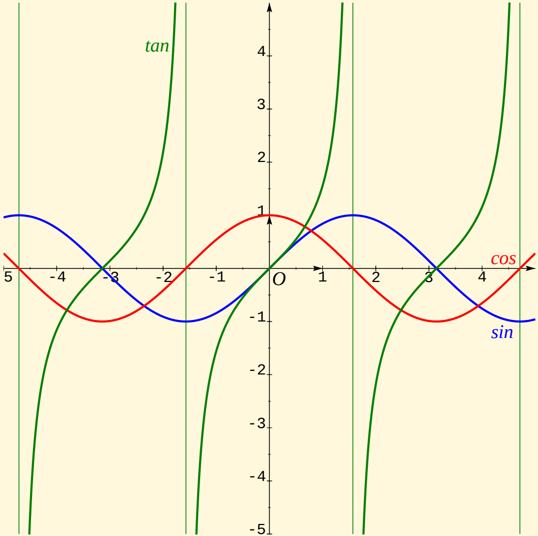


MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
Funciones Trascendentes
Doc Doc
Volver Cerrar

Ejemplo 2.1. Representar juntas la funciones trigonométricas

$$y = \operatorname{sen} x \qquad y = \cos x \qquad y = \tan x$$

Solución:



□

2.4. Funciones del tipo $y = A\,\text{sen}[\omega\,(x+\phi)] + D$

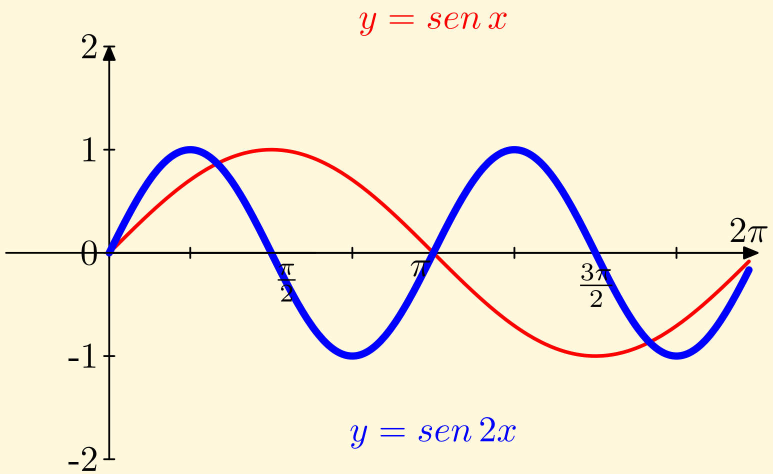
A partir de la función $y = \text{sen}\,x$ multiplicándola y sumando números se puede construir un amplia familia de funciones. Veremos el efecto que produce cada uno de los parámetros A, ω, ϕ y D sobre la función $\text{sen}\,x$.

- El parámetro ω se llama en física la velocidad angular. Si la función $\text{sen}\,x$ da una vuelta completa desde 0 a 2π al multiplicar la variable x por ω, la función $\text{sen}\,\omega\,x$ da ω vueltas en el mismo intervalo
- Al parámetro A se le llama amplitud y dilata la curva por A.
- Al parámetro ϕ se le llama en física la fase. Produce un desplazamiento horizontal, a la derecha cuando ϕ se resta y a la izquierda cuando ϕ se suma
- A D se le llama desplazamiento. Produce un desplazamiento vertical, hacia arriba si D es positivo y hacia abajo cuando D es negativo

A continuación analizamos cada una de ellas.

Ejemplo 2.2. Comparar la funciones $y = \operatorname{sen} x$ con $y = \operatorname{sen} 2\, x$.

Solución: Si la función $\operatorname{sen} x$ da una vuelta completa desde 0 a 2π al multiplicar la variable x por 2, da dos vueltas completas en el mismo intervalo

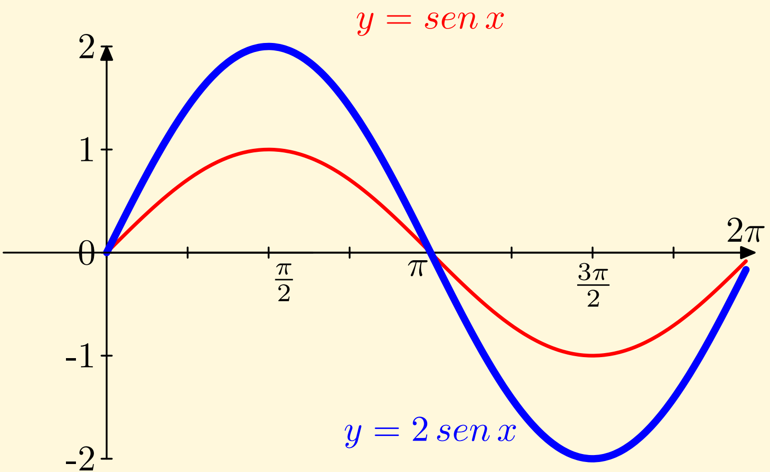


□

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejemplo 2.3. Comparar la funciones $y = \text{sen } x$ con $y = 2 \text{ sen } x$.

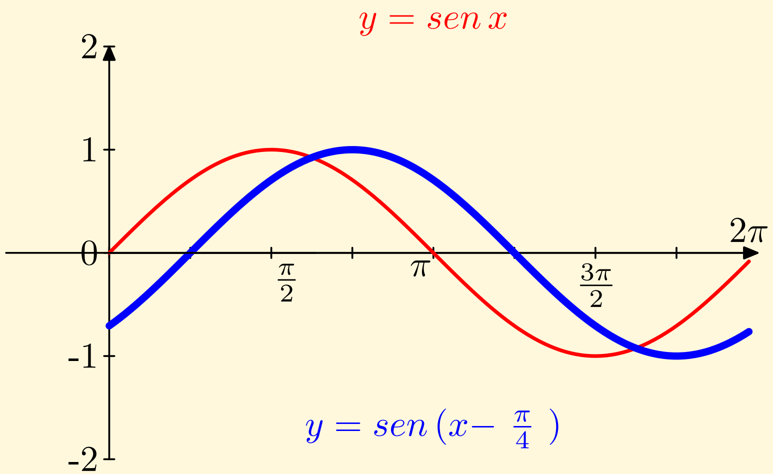
Solución: Si la función $\text{sen}\, x$ varía entre -1 a 1 al multiplicar la función por 2, varía entre -2 a 2 en el mismo intervalo. Lo que ha cambiado es la amplitud



□

Ejemplo 2.4. Comparar la funciones $y = \operatorname{sen} x$ con $y = \operatorname{sen}(x - \pi/4)$.

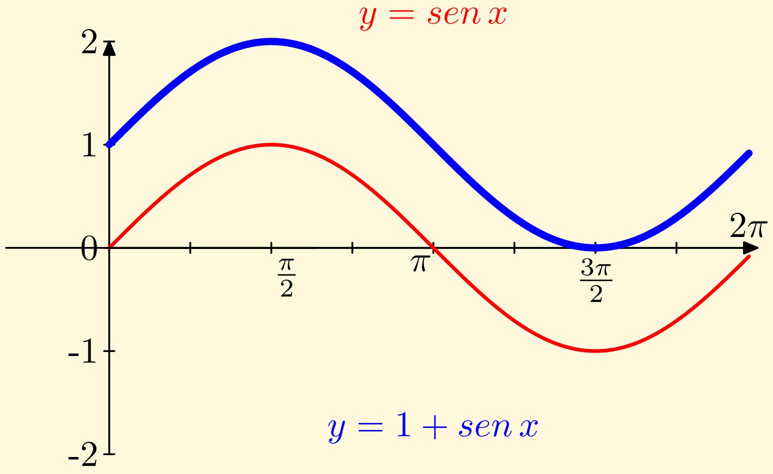
Solución: al restar a la variable x por $\pi/4$, la función se desplaza a la derecha $\pi/4 = 45^o$



$\square$

Ejemplo 2.5. Comparar la funciones $y = \text{sen } x$ con $y = \text{sen } x + 1$.

Solución: Si la función $\text{sen}\, x$ varía entre -1 a 1 al sumarla 1 , ahora varía entre 0 a 2 en el mismo intervalo. La hemos desplazado verticalmente.

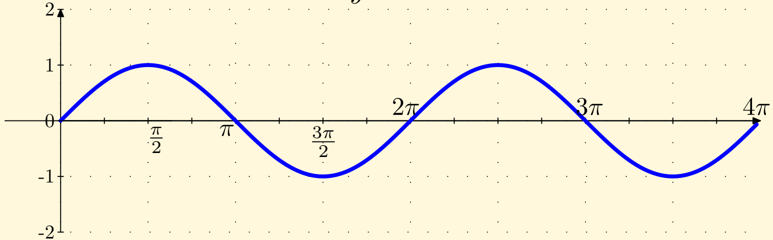


□

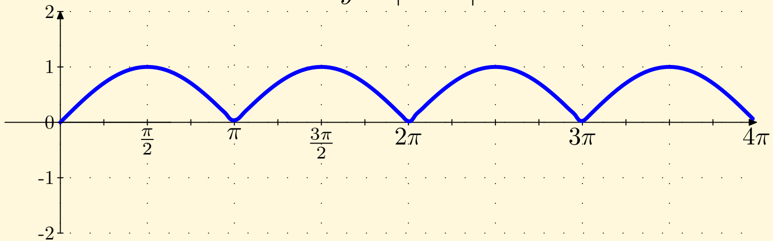
Ejemplo 2.6. Representar $y = \operatorname{sen} x$ y $y = |\operatorname{sen} x|$

Solución:

$y = sen\, x$



$y = |sen\, x|$



$\square$

Test. Considera el gráfico inferior y responde:

1. La función $y = 3 \text{ sen } x$ es la

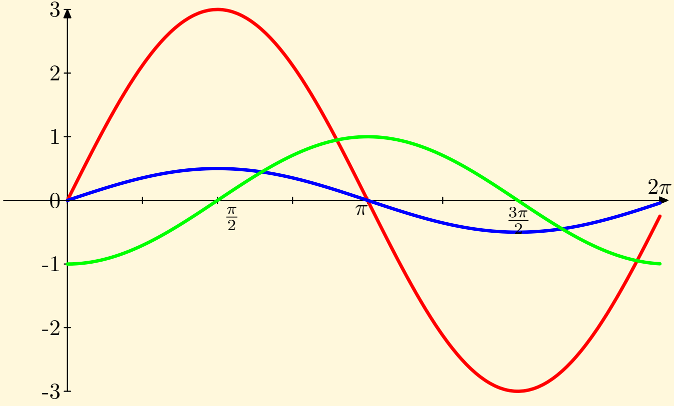
(a) azul (b) verde (c) roja

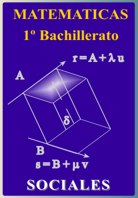
2. La función $y = 0.5 \text{ sen } x$ es la

(a) azul (b) verde (c) roja

3. La función $y = \text{sen}\,(x - \pi/2)$ es la

(a) azul (b) verde (c) roja





MaTEX

Funciones Trascendentes

- **Análisis gráfico**

$$\textbf{Funciones}:\ y = A\,\text{sen}[\omega\,(x+\phi)] + D$$

Pulsando los botones, estudia el efecto de los parámetros sobre la función seno dibujada entre $[0, 2\,\pi]$

- $A=$ 1 +
- $\omega=$ 1 +
- $\phi=$ 0 +
- $D=$ 0 +

Grafico Borrar

3. Funciones exponenciales

Las funciones exponenciales son las que tienen la variable como exponente. Para hacernos una idea clara vamos a analizar por ejemplo, la función

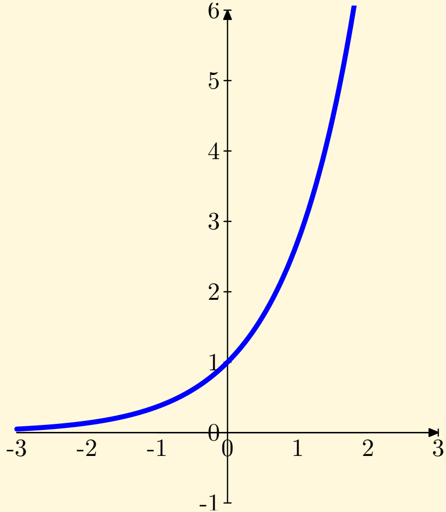
$$y = 2^x$$

La exponencial está bien definida para cualquier valor de x. Recuerda que $2^0 = 1$ y como funcionan los exponentes negativos.

$x > 0$	$x < 0$
$2^1 = 2$	$2^{-1} = \dfrac{1}{2}$
$2^2 = 4$	$2^{-2} = \dfrac{1}{4}$
$2^5 = 32$	$2^{-5} = \dfrac{1}{32}$
$2^{10} = 1024$	$2^{-10} = \dfrac{1}{1024}$

Observa que cualquier potencia de 2 es siempre positiva. A continuación realizamos una tabla de valores y mostramos la gráfica de $y = 2^x$.

x	$y = 2^x$
-20	$0,00000095367$
-10	$0,0009765625$
-5	$0,03125$
-3	$0,125$
-1	$0,5$
0	1
1	2
2	4
5	32
10	1024
20	1048576
30	1073741824



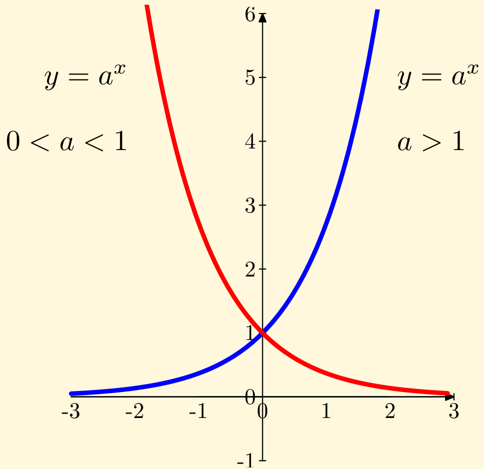
- $\mathcal{D} = \mathcal{R}$
- $x \to -\infty \Longrightarrow 2^x \to 0$
- $x \to +\infty \Longrightarrow 2^x \to +\infty$

Podemos generalizar a cualquier base a que sea positiva, distinguiendo según el valor de a sea menor o mayor que 1.

Ejemplo 3.1. Estudiar y representar la función

$$y = a^x$$

Solución:



□

- **Análisis gráfico**

$$\textbf{Funciones: } y = a^x$$

Estudia el efecto al cambiar el valor de la base exponencial,pulsando sobre los botones.

- $a =$ 1 +

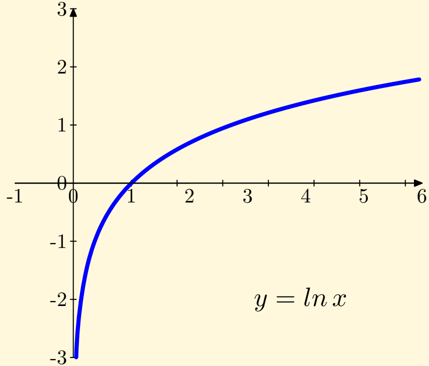
Grafico Borrar

4. Funciones logarítmicas

Estudiar y representar la función

$$y = \log_{10} x$$

x	$y = \log_{10} x$
10^{-100}	-100
10^{-10}	-10
10^{-1}	-1
1	0
10^{1}	1
10^{2}	2
10^{5}	5
10^{100}	100
10^{1000}	1000



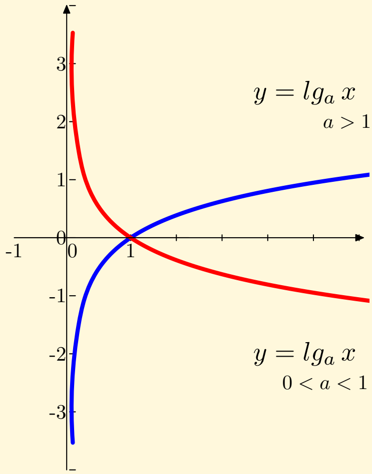
- $\mathcal{D} = (0; +\infty)$
- $x \to 0^+ \Longrightarrow \log_{10} x \to -\infty$
- $x \to +\infty \Longrightarrow \log_{10} x \to +\infty$

Podemos generalizar a cualquier base a que sea positiva, distinguiendo según el valor de a sea menor o mayor que 1.

Ejemplo 4.1. Estudiar y representar la función

$$y = \log_a x$$

Solución:



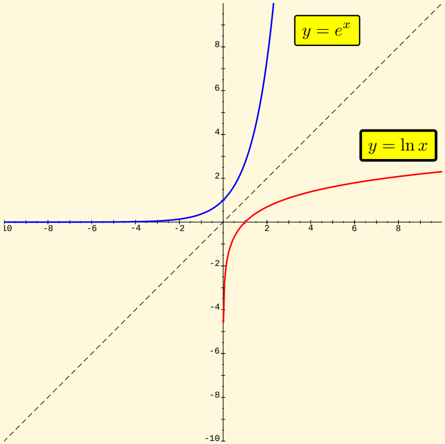
□

4.1. Las funciones e^x y $\ln x$

La base más importante en matemáticas tanto en exponenciales como en logaritmos es el número **e**. En el apéndice El número e damos una explicación de este número.

Ejemplo 4.2. Representar las funciones $y = \ln x$ y $y = e^x$

Solución:



□

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

4.2. Algunas aplicaciones

- **El enfriamiento de un cuerpo**

La ley del enfriamiento de los cuerpos de Newton establece que el enfriamiento de un cuerpo es proporcional, en cada instante, a la diferencia con la temperatura ambiente.

La ley dice que si T_0 es la temperatura inicial con que introducimos un cuerpo en un ambiente con una temperatura de T_a grados, al cabo de un tiempo t la temperatura del cuerpo es

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)\, e^{-\alpha\, t}$$

donde α es una constante, llamada la constante de enfriamiento, y que es particular de cada cuerpo.

Ejemplo 4.3. En nuestra cocina hace 20° C y sacamos de la cazuela un termómetro que está a 60° C. Pasados 15 minutos, el termómetro desciende hasta los 25° C.

Hallar la constante de enfriamiento del termómetro.

Solución:

$$25 = 20 + (60 - 20)\, e^{-\alpha\, 0.25} \Longrightarrow e^{-\alpha\, 0.25} = 0.125$$

$$-0.25\, \alpha = \ln 0.125 \Longrightarrow \alpha \approx 8,318$$

□

Una aplicación interesante de esta ley consiste en determinar el instante de fallecimiento de una persona, después de algunas horas de muerta. Esta información es de crucial importancia en criminología y en estudios forenses.

El escenario de un crimen puede variar de manera muy importante según que un crimen haya ocurrido a una hora u otra. La idea se basa en que los mamíferos, cuando estamos vivos, tenemos una temperatura muy estable e igual a $T_0 = 37^{o}$C. Al morir, la temperatura corporal comienza a descender hasta alcanzar la temperatura ambiente T_a.

Ejercicio 1. Un policía tomó nota de que la temperatura ambiente era de 20^{o} C y la del cadáver de $29{,}5^{o}$ C. Dos horas más tarde, se volvió a tomar la temperatura del cadáver, que había descendido hasta los $23{,}4^{o}$ C. Averigua, con los datos anteriores,

a) la constante de enfriamiento del fallecido,

b) y la hora de su fallecimiento.

- **Crecimiento de poblaciones**

El economista británico Thomas Malthus propuso en 1798 que la velocidad de crecimiento de una población de individuos es proporcional a la población ya existente.

Si P_0 es la población inicial (es decir, la existente cuando comenzamos a contar), existe una constante de crecimiento k en cada población, de manera que el número de individuos al cabo de un tiempo t, viene expresado por una ley del tipo

$$P(t) = P_0\, e^{kt}$$

Ejemplo 4.4. Una población de insectos crece de acuerdo a la función

$$y = 1 + 2\, e^{x}$$

donde x es el tiempo en meses e y es el número de insectos en miles.

a) ¿Cuántos insectos hay inicialmente?

b) ¿Cuántos insectos hay al cabo del primer mes?

Solución:

a) Inicialmente, cuando $x = 0$, había $y(0) = 1 + 2\, e^0 = 3$ mil insectos

b) Al cabo del primer mes, $y(1) = 1 + 2\, e^1 \approx 6436$ insectos

□

Ejercicio 2. La cantidad de bacterias en un cultivo fue de 400 después de 2 horas y de 25.600 después de 6 horas. (Se supone crecimiento exponencial.) Se pide:

a) ¿Cuál era el tamaño de la población inicial?

b) Encontrar una expresión para la población después de t horas.

Ejercicio 3. El coste de una barra de chocolate "*Xokolat*" en 1982 era 5 céntimos. La función exponencial que describe el crecimiento del coste de la barra de chocolate es:

$$C(t) = 0.05\, e^{0.097\, t}$$

a) ¿Cuál es ahora el coste de la barra de "*Xokolat*"?

b) ¿Cuál será el coste en el año 2100?

Ejercicio 4. El número de discos compactos producidos cada año crece exponencialmente. El número N, en millones, producidos es:

$$N(t) = 7.5\, e^{0.5\, t}$$

donde t es el tiempo en años y $t = 0$ corresponde al año 1990. ¿Cuanto tiempo pasará hasta que 1 billón de discos compactos sean vendidos en un año?

• Desintegración radioactiva

Algunos átomos son inestables y se desintegran espontáneamente emitiendo radiaciones. Se ha observado que el tiempo en que determinada substancia se reduce a la mitad, llamado vida media, es una constante característica de ella e independiente de la cantidad que haya.

La ley de Rutherford sobre la desintegración radiactiva dice que el número de átomos de un elemento radiactivo transformados en un tiempo determinado es proporcional al número de átomos de ese elemento que estén presentes en la substancia, en particular, la fórmula que describe la desintegración es de la forma:

$$N(t) = N_0\, e^{-k\, t}$$

donde N_0 es la población inicial, y k es la constante de desintegración radiactiva.

La vida media de los elementos radiactivos puede utilizarse a veces para determinar la fecha de sucesos del pasado de la Tierra. Las edades de las rocas de más de 2000 millones de años pueden establecerse mediante la desintegración radiactiva del uranio (de 4500 millones de años de vida media).

En un organismo vivo, cada gramo de carbono contiene 10^{-6} gramos de C^{14} . Tras su muerte, el organismo deja de absorber carbono y la proporción de C^{14} decrece a medida que se va desintegrando. Su vida media es de unos 5730 años, de modo que es posible estimar la edad de restos orgánicos: los arqueólogos han fechado así conchas, semillas, objetos de madera, o la fecha en que se realizaron pinturas rupestres.

Ejemplo 4.5. Hallar k en la fórmula de desintegración del C^{14}

Solución:
Un gramo $N_0 = 1$ se reduce a la mitad $N = 0.5$ en un periodo de 5730 años, luego con la expresión

$$N(t) = N_0\, e^{-k\,t}$$

$$0.5 = 1\, e^{-k\,5730} \Longrightarrow k = -\frac{\ln 0.5}{5730} \approx 1,21 \times 10^{-4}$$

□

Ejercicio 5. El carbón de un árbol muerto en la erupción volcánica que dio origen al Lago Cráter, en Oregón, contenía el $44,5\%$ del C^{14} que se halla en la materia viva. ¿Qué antigüedad aproximada tiene el lago?

Ejercicio 6. En el año 2000 se encuentra, en el centro de Illinois, un hueso fosilizado con el 17% de su contenido original de C^{14}. ¿En qué año murió el animal? Contéstese en el caso de que las proporciones fuesen 16% y 18% respectivamente para ver las consecuencias de un pequeño error en la medida del carbono.

5. Apendice.El número e

En Matemáticas existen algunos números que son muy famosos. Vamos a hablar del número **e**, que debe su nombre al matemático alemán Leonard Euler. El número **e** es un número irracional, y se obtiene como límite de la sucesión

$$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = e$$

Durante el siglo XVI, antes de la invención de las calculadoras y los computadores, ¿cómo actuaban los técnicos y científicos cuando tenían la necesidad de realizar cálculos numerosos y complejos ?:

lo hacían utilizando las tablas de logaritmos.

La invención de los logaritmos la dio a conocer el escocés Juan Neper, barón de Merchiston, que los publicó por primera vez en 1614.

De manera paralela a Neper, también los descubría el suizo Bürgi. Su idea se basaba en la observación, ya realizada por Arquímedes, de ciertas propiedades de las progresiones geométricas.

n	$y = 2^n$
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048

Observa la tabla de la izquierda. Con la regla de las potencias

$$2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$$

si queremos calcular

$$8 \cdot 128 = 2^3 \cdot 2^7 = 2^{10}$$

iríamos en la tabla a la fila $(3 + 7 = 10)$ y obtendríamos a la derecha el valor 1024, es decir con los logaritmos hemos logrado evitar el cálculo de productos por sumas. ¡Todo un chollo!

Pero si queremos calcular $12 \cdot 37$ necesitamos en la columna de la derecha estos números, sin embargo las potencias de 2 dejan muchos *huecos*, por ello una idea válida puede ser la de considerar, en lugar de las potencias de 2, potencias de un número cercano a 1, que dejan menos huecos. Esta es la idea que tuvieron Neper y Bürgi (aunque siguiendo métodos diferentes).

Bürgi consideró la base 1'0001.

Realicemos una tabla de valores de $1'0001^n$:

n	$1'0001^n$
0	1
1	$\mathbf{1}'000\mathbf{1}$
2	$\mathbf{1}'000\mathbf{2}000\mathbf{1}$
3	$\mathbf{1}'000\mathbf{3}000\mathbf{3}000\mathbf{1}$
4	$\mathbf{1}'000\mathbf{4}000\mathbf{6}000\mathbf{4}000\mathbf{1}$
5	$\mathbf{1}'000\mathbf{5}00\mathbf{10}00\mathbf{10}000\mathbf{5}000\mathbf{1}$
6	$\mathbf{1}'000\mathbf{6}00\mathbf{15}00\mathbf{20}00\mathbf{15}000\mathbf{6}000\mathbf{1}$

Vemos que se avanza muy poco (nos interesa que vayan apareciendo los números naturales y con 6 pasos aún estamos muy lejos de 2). Además los cálculos son tan complicados que parece imposible obtener una potencia elevada de $1'0001$.

Se observó que los números en negrita son los del triángulo de Tartaglia

Observamos que la segunda columna en negrita es la serie de los números naturales $\binom{n}{1}$, la tercera columna $\binom{n}{2}$, la cuarta $\binom{n}{3}$,etc.

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Para las primeras cifras de por ejemplo $1'0001^{50}$ calculamos

$$\binom{50}{1} = 50 \quad \binom{50}{2} = 1225 \quad \binom{50}{3} = 19600 \quad \binom{50}{4} = 230300$$

colocándolas adecuadamente se obtiene

$$1'0001^{50} = 1'0050122696230300.....$$

En definitiva, aunque muy laborioso, hemos comprobado que es posible construir la tabla de logaritmos de base $1'0001$. El inconveniente que sigue presentando es que el avance es muy lento: elevando esta base a 50 sólo vamos por $1'005\cdots$; para obtener 2 hemos de elevar la base a 6931,

$$1,0001^{6931} = 1'99983634$$

También se nos presenta el problema de que los logaritmos en esta base resultan números muy grandes: hay que elevar $1'0001$ a 16095 para estar cerca de 5.

La solución que encontró Bürgi fue considerar la base 1.0001^{10000}, cuya tabla es muy fácil de construir a partir de la anterior: se comprueba sin dificultad que si el logaritmo de 2 es $6931'81183$, en la nueva base es $0'69314\cdots$ Sólo hay que dividir por 10000, con lo que el tamaño de los nuevos logaritmos resulta más razonable.

Siendo exagerados, podríamos pensar que sería mejor base todavía

$$1.0000001^{10000000}$$

que es justamente

$$\left(1+\frac{1}{10000000}\right)^{10000000}$$

puesto que $1'0000001$ aún está más cerca de la unidad, y ¿por qué no seguir?

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=e$$

Esta ha sido algo de la historia del número e y de los logaritmos en base e, que escribimos como $\ln x$, y llamamos logaritmos naturales o neperianos.

Soluciones a los Ejercicios

Ejercicio 1. Con $T_0 = 37^{\circ}\text{C}$, se tiene

$$\left.\begin{array}{r} 29.5 = 20 + (37 - 20)\, e^{-\alpha\, t} \\ \\ 23.4 = 20 + (37 - 20)\, e^{-\alpha\,(t+2)} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 9.5 = 17\, e^{-\alpha\, t} \\ \\ 3.4 = 17\, e^{-\alpha\,(t+2)} \end{array}\right\}$$

Dividiendo miembro a miembro, se tiene

$$\frac{9.5}{3.4} = \frac{e^{-\alpha\, t}}{e^{-\alpha\,(t+2)}} == \frac{e^{-\alpha\, t}}{e^{-\alpha\, t}\, e^{-2\,\alpha}}$$

simplificando

$$e^{2\,\alpha} = 2.8 \Longrightarrow 2\,\alpha = \ln 2.8 \approx 1.03 \Longrightarrow \alpha = 0.51$$

sustituyendo em la primera ecuación

$$9.5 = 17\, e^{-0.51\, t} \Longrightarrow e^{-0.51\, t} = 0.56 \Longrightarrow t = 1.14$$

Luego habían pasado 1.14 horas desde que falleció hasta que el policía encontró el cadaver.

Ejercicio 1

Ejercicio 2. Sea la población de bacterias en función del tiempo en horas, la función

$$P(t) = P_0\, e^{kt}$$

a) Siendo P_0 la población inicial, $P(2) = 400$ y $P(6) = 25.600$. Planteamos un sistema y dividimos miembro a miembro

$$400 = P_0\, e^{2\,k} \qquad 25.600 = P_0\, e^{6\,k}$$

$$e^{4\,k} = 64 \Longrightarrow 4\,k = \ln 64 \Longrightarrow \boxed{k \approx 1.04}$$

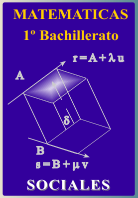
Sustituyendo en una de las ecuaciones anteriores

$$400 = P_0\, e^{2\,1.04} \Longrightarrow \boxed{P_0 \approx 50}$$

b) Encontrar una expresión para la población después de t horas.

$$P(t) = 50\, e^{1.04\,t}$$

Ejercicio 2



Doc Doc
Volver Cerrar

Ejercicio 3.

a) ¿Cuál es ahora el coste de la barra de "*Xokolat*"? Si estamos en el año 2004, y han pasado 22 años

$$C(t) = 0.05\, e^{0.097\,22} \approx 0,42 \text{ céntimos}$$

b) ¿Cuál será el coste en el año 2100? Para el 2100 habrán pasado 118 años, luego

$$C(t) = 0.05\, e^{0.097\,118} \approx 4676 \text{ céntimos}$$

Ejercicio 3

Ejercicio 4. 1 billón de discos corresponde a $N = 1000$, luego

$$1000 = 7.5\, e^{0.5\, t} \Longrightarrow e^{0.5\, t} = 133.33 \Longrightarrow t = \frac{\ln 133.33}{0.5} \approx 9.8$$

Ejercicio 4

◀◀ ▶▶
◀ ▶
◀ Doc Doc ▶
Volver Cerrar

Ejercicio 5.
Una cantidad inicial de $N_0 = 1$ se redujo a $N = 0.445$, siendo la constante de desintegración $k = 1,21 \times 10^{-4}$, con la expresión

$$N(t) = N_0\, e^{-k\,t}$$
$$0.445 = 1\, e^{-1,21\times 10^{-4}\,t} \Longrightarrow$$

aplicando logaritmos y despejando t

$$t = -\frac{\ln 0.445}{1,21 \times 10^{-4}} \approx 6693 \quad \text{años}$$

Ejercicio 5

Ejercicio 6.
Una cantidad inicial de $N_0 = 1$ se redujo a:

- al 16%, $N = 0.16$

$$0.16 = 1\, e^{-1{,}21\times 10^{-4}\, t} \Longrightarrow t = -\frac{\ln 0.16}{1,21 \times 10^{-4}} \approx 15145 \quad \text{años}$$

- al 17%, $N = 0.17$

$$0.17 = 1\, e^{-1{,}21\times 10^{-4}\, t} \Longrightarrow t = -\frac{\ln 0.17}{1,21 \times 10^{-4}} \approx 14644 \quad \text{años}$$

- al 18%, $N = 0.18$

$$0.18 = 1\, e^{-1{,}21\times 10^{-4}\, t} \Longrightarrow t = -\frac{\ln 0.18}{1,21 \times 10^{-4}} \approx 14171 \quad \text{años}$$

Se observa que un 1% de error supone unos 500 años de diferencia en la estimación Ejercicio 6

MATEMATICAS 1º Bachillerato SOCIALES
MaTEX
FUNCIONES TRASCENDENTES
Doc Doc
Volver Cerrar